



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS**  
**SECCIÓN DE ÁLGEBRA**  
**PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO**  
**CLAVE 1120**  
**TIPO D**



29 de noviembre del 2016

Semestre 2017-1

**INSTRUCCIONES:** Leer cuidadosamente los enunciados de los **6 reactivos** que componen el examen antes de empezar a resolverlos.  
 La duración máxima del examen es de **2 horas**.  
 No se permite el uso de dispositivos electrónicos.

1. Obtener los valores de  $x \in \mathbb{R}$  en el intervalo de  $[0, 360^\circ)$  que satisfacen la ecuación

$$\frac{\cos^2 x - 1}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1} = -\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$$

**15 puntos**

2. Obtener el conjunto de valores de  $x \in \mathbb{R}$  que satisfacen la desigualdad

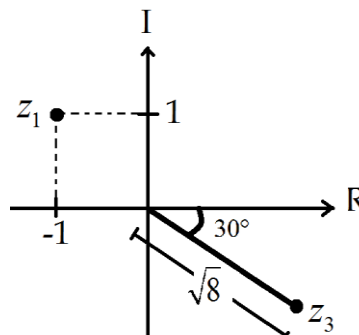
$$\left| \frac{-3x - 12}{-x - 2} \right| > 2$$

**15 puntos**

3. Obtener los valores de  $w \in \mathbb{C}$ , en forma polar, que satisfacen la ecuación

$$\frac{z_4 z_5}{z_3} w^2 = z_1 z_2$$

donde  $z_2 = \sqrt{2} \operatorname{cis} 45^\circ$ ,  $z_4 = 2e^{\pi i}$ ,  $z_5 = \sqrt{8} \operatorname{cis} 240^\circ$ ,  $z_1$  y  $z_3$  están representadas en el diagrama de Argand



**20 puntos**

4. Sea el polinomio  $p(x) = x^3 - Ax^2 + Bx - 12$ .

- Determinar el valor de  $A$  y  $B \in \mathbb{R}$ , si la gráfica del polinomio  $p(x)$  contiene a los puntos  $P_1(-3,0)$  y  $P_2(2,0)$ .
- Con los valores de  $A$  y  $B$  obtenidos, calcular las raíces de  $p(x)$ .

**15 puntos**

5. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$A: \begin{cases} x + ky + z = 0 \\ kx + 4y + 2z = 2k \\ 3x + (k+6)y + 3z = 0 \end{cases}$$

Determinar el conjunto de valores de  $k \in \mathbb{R}$  que hacen que el sistema sea

- compatible determinado,
- compatible indeterminado o
- incompatible.

**15 puntos**

6. Obtener la matriz  $X$  que satisface la ecuación matricial

$$A^*X = A^{-1}B + \det(A)I$$

donde  $A$  es una matriz ortogonal y

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

**20 puntos**